



Comité Nacional Paraguayo



Unión de Ingenieros de ANDE

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Aplicación de Programación Lineal para definir el despacho de unidades generadoras hidroeléctricas

Mario E. López Acosta, Esteban F. Vargas Correa, Anastacio S. Arce Encina

Universidad Nacional del Este (UNE)

Paraguay

RESUMEN

El despacho de unidades generadoras hidroeléctricas define el número de máquinas que serán comprometidas para atender la demanda a cada intervalo de tiempo. Este trabajo presenta un modelo de despacho de unidades generadoras hidroeléctricas que adopta como criterios de desempeño el caudal turbinado hora a hora, el número de arranques y paradas de unidades generadoras y la combinación de los criterios anteriores, llevando en cuenta el costo de los arranques y paradas de las unidades generadoras y el valor del volumen de agua ahorrado a través del despacho. El problema del despacho de unidades generadoras se caracteriza como un problema de programación mixta entero-no lineal y combinatorio, cuya solución puede complicarse en la medida que el número de unidades generadoras disponibles aumenta. En este trabajo se propone una metodología de solución para obtener una configuración de máquinas mediante la aplicación de Programación Lineal.

PALABRAS CLAVES

Despacho de unidades generadoras, caudal turbinado, arranques y paradas, optimización multiobjetiva, programación lineal, usinas hidroeléctricas.

1. INTRODUCCIÓN

El despacho de unidades generadoras hidroeléctricas define el número de máquinas que serán comprometidas para atender la demanda en cada intervalo de tiempo. Este trabajo presenta un modelo de despacho de unidades generadoras hidroeléctricas que adopta como criterio de desempeño, el caudal turbinado total del conjunto de unidades en operación, el número de arranques y paradas de unidades generadoras y la combinación de los criterios anteriores, teniendo en cuenta el costo de los arranques y paradas de las unidades generadoras y el valor del volumen de agua ahorrado a través del despacho. El problema del despacho de unidades generadoras se caracteriza como una dificultad de programación mixta entero-no lineal y combinatorio, cuya solución puede complicarse en la medida que el número de unidades generadoras disponibles aumenta [1]. En este artículo se propone una metodología de solución para obtener una configuración de máquinas mediante la aplicación de Programación Lineal – PL.

2. CRITERIO DE DESEMPEÑO

La función de producción de una unidad generadora hidroeléctrica es dada por la siguiente ecuación:

$$P = \rho \times g \times n_{tur} \times n_g \times h \times q \times 10^{-6} \text{ (MW)} \quad (1)$$

Donde: ρ es el peso específico del agua; g la aceleración de la gravedad; n_{tur} y n_g son los rendimientos de la turbina y del generador, respectivamente; h es la altura del salto neto; q es el caudal turbinado; P es la potencia generada por una unidad generadora.

El rendimiento de la turbina hidráulica η_{tur} es una función no lineal que depende del caudal turbinado y de la altura de salto, conforme se aprecia en la figura 1. Para una dada altura del salto neto y aumentando el caudal turbinado desde el límite inferior hasta el límite superior de la zona de operación normal, se puede verificar que el rendimiento aumenta hasta alcanzar un valor máximo para luego disminuir nuevamente

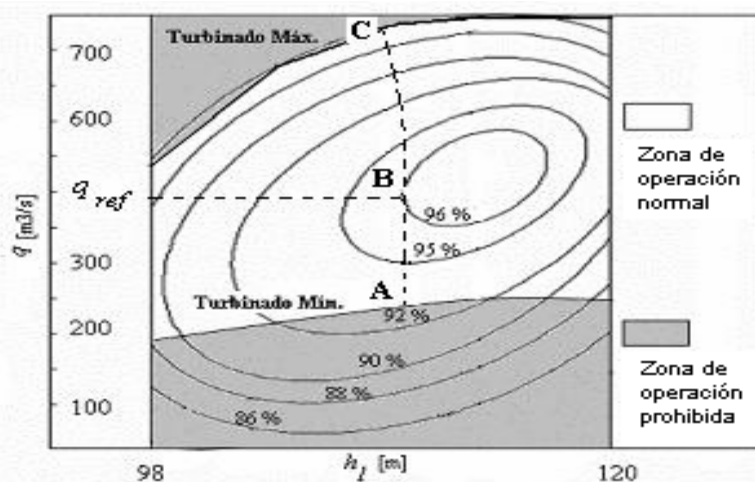


Figura 1: Rendimiento de la Turbina

El rendimiento del generador η_g a su vez presenta variaciones menores. La curva de la Figura 2 muestra una saturación próxima a los valores nominales, por lo que puede ser considerado el rendimiento del generador como una constante.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

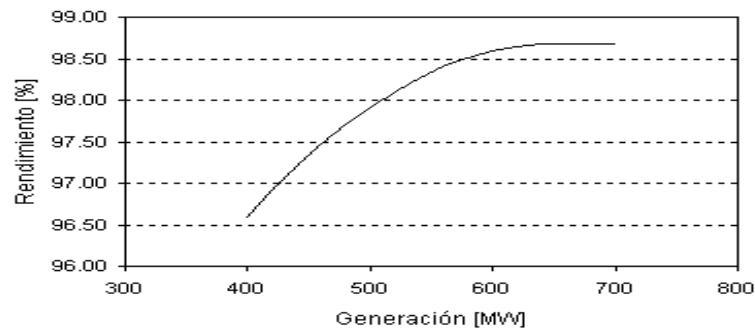


Figura 2: Rendimiento del generador

2.1 Arranques y paradas de unidades generadoras

El proceso de arranques o paradas de las unidades generadoras hidroeléctricas, diferentemente a las termoeléctricas, es rápido y prácticamente sin ningún costo. Existe sin embargo algunos aspectos como los riesgos de una eventual falla que puede ocurrir tanto en el proceso de arranque o parada, que dejaría la unidad indisponible para operar, y las consecuencias económicas asociadas a la misma. Así también existen los desgastes de los componentes mecánicos, eléctricos y equipos de control asociados a los frecuentes arranques y paradas. A pesar de los inconvenientes citados no existe un estudio concluyente que permita cuantificar el valor de un arranque o parada de una unidad hidroeléctrica. En este trabajo será utilizado como referencia el valor estimado en [3], el cual establece que cada parada o arranque tiene un costo equivalente a 3,0 US\$ por MW de potencia nominal de la unidad generadora.

2.2 Caudal turbinado

El despacho que maximiza la eficiencia buscará alcanzar la meta de producción con el menor consumo del recurso hídrico. De la Figura 2, se puede deducir que para cada valor de altura del salto neto existe un valor ideal de caudal a ser turbinado para obtener el mejor rendimiento. Por ejemplo, para una altura de salto en la línea del punto A, se puede verificar que la producción de una unidad generadora turbinando 600 m³/seg será diferente de la producción de dos unidades generadoras cada una turbinando 300 m³/seg, debido al rendimiento. Este mismo raciocinio se aplica a la generación de un mismo valor de potencia con diferentes números de unidades generadoras, es decir, existe un número ideal de unidades generadoras asociado para cada valor de salto y potencia a ser generada. La Figura 3 muestra el resultado de este raciocinio para diferentes valores de salto bruto y potencia a ser generado. Las curvas que separan las fajas de generación de los diferentes números de unidades generadoras en función al salto bruto pueden ser utilizadas como guías para la minimización del caudal turbinado [2]. Como ejemplo de aplicación, considere la demanda de 5.000 MW y el salto bruto de 115 metros. Conforme a las curvas de la Figura 3, el número óptimo de unidades generadoras que minimiza el caudal turbinado es nueve.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

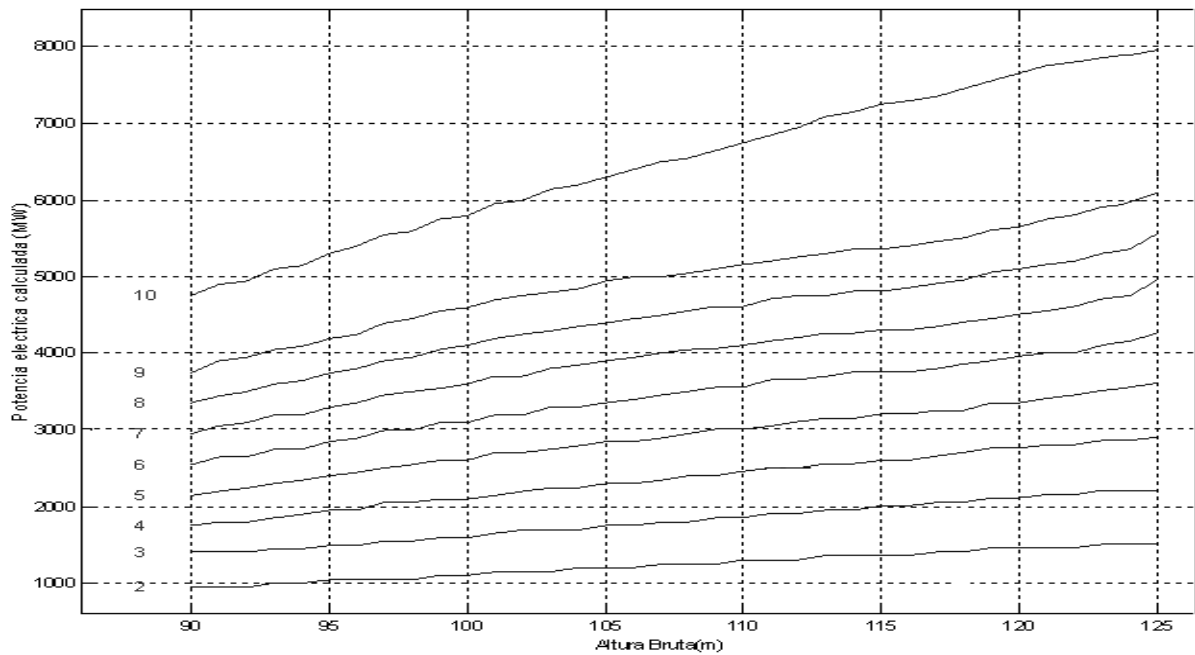


Figura 3. Curvas de número de máquinas con menor caudal turbinado

3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El problema del despacho de unidades generadoras, tomando como criterio de desempeño el caudal turbinado y el número de arranques y paradas, puede ser representado por la siguiente formulación:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T [c^p q(n_t, h_t, P_t) + c^{AP} |n_t - n_{t-1}|] \quad (2)$$

S.a.

$$\underline{n}_t(P_t, h_t) \leq n_t \leq \overline{n}_t(P_t, h_t) \quad (3)$$

$$\underline{P}_t(n_t, h_t) \leq P_t \leq \overline{P}_t(n_t, h_t) \quad (4)$$

$$n \in N \quad (5)$$

Donde: T es el horizonte de programación; P_t es la potencia generada; n_t es el número de máquinas en operación en el intervalo t ; $q(\)$ es la función que representa el caudal turbinado total; c^p es el valor del volumen del agua turbinado; c^{AP} es el costo de arranques y paradas de máquinas, $\underline{n}_t(P_t, h_t)$ y $\overline{n}_t(P_t, h_t)$ representan el número mínimo y máximo de unidades generadoras que pueden entrar en operación, $\underline{P}_t(n_t, h_t)$ y $\overline{P}_t(n_t, h_t)$ representa la potencia mínima y máxima asociado a n_t unidades generadoras. Finalmente la ecuación (6) define que la variable n pertenece al conjunto de números naturales.

El problema de despacho de unidades generadoras formulado de esta manera se caracteriza como un problema de programación mixta entero-no lineal y combinatorio, cuya solución puede complicarse en la medida que el número de unidades generadoras disponibles aumenta. Esto no impide que el problema sea resuelto por Programación Lineal.

4. METODOLOGÍA APLICADA

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Para poder formular el problema del despacho de unidades generadoras hidroeléctricas y resolverlo mediante *programación lineal*, es necesario definir antes que nada los números mínimo y máximo de unidades generadoras capaces de atender la demanda y que operen dentro de los límites permitidos de turbinado para cada hora del día. Una vez obtenido los números mínimo y máximo de máquinas, es posible obtener todas las posibles configuraciones de máquinas factibles a despachar. En la Figura 4 se observa todas las posibilidades de despacho para una cierta generación programada.

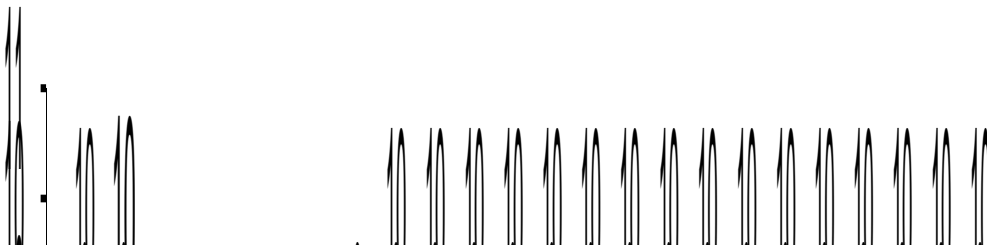


Figura 4. Configuración de máquinas posibles

La Figura 4 puede ser representada en forma de grafos, en el cual cada número de máquinas puede ser considerado como un nodo y los arcos que unen los nodos representan las posibles transiciones de un estado, caracterizado por un cierto número de máquinas despachadas, para otro estado o configuración de máquinas del siguiente horario. En cada nodo es asociado el caudal turbinado total por el número de máquinas correspondiente al nodo para atender la generación programada, conforme se puede apreciar en la figura 5.

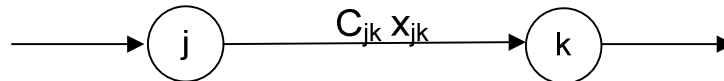


Figura 5

Donde, la variable C_{jk} es definida por la ecuación (7) para el caso de la minimización del caudal turbinado y por la ecuación (8), para el caso de la minimización de arranques y paradas .

$$C_{jk} = (q_j + q_k)x_{jk} \quad (7)$$

$$C_{jk} = |j - k|x_{jk} \quad (8)$$

Para el caso de la minimización de arranques y paradas en ambos casos deben ser observadas las restricciones del número mínimo y máximo de unidades generadoras posibles de ser despachadas, definidas por las ecuaciones (9) y (10).

$$\underline{n}_t \leq j \leq \overline{n}_t \quad (9)$$

$$\underline{n}_{t+1} \leq k \leq \overline{n}_{t+1} \quad (10)$$

Para el caso de la minimización multiobjetiva, deberán ser asignados valores monetarios al volumen de agua economizada en el despacho, para comparar con el costo de los arranques y paradas .

Para valorizar la economía de agua, será tomada como referencia el resultado del despacho que minimiza el caudal turbinado. En este sentido cuando el despacho de unidades generadoras coincide con el despacho que

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

minimiza el caudal turbinado no se habrá incurrido en ninguna pérdida de agua. Caso contrario si el despacho no coincide con la minimización del caudal turbinado, esta pérdida será valorizada por la siguiente expresión:

$$\Delta P_{jk} = \rho \times g \times n_g \times \overline{n_k} \times h_k \times \Delta q_k \quad (11)$$

Donde

$$\Delta q_k = |q_k^{op} - q_k| \quad (12)$$

Δq_k representa la diferencia entre el caudal turbinado en la hora k y el caudal óptimo turbinado en la misma hora k.

En este caso el gasto que representa el problema es dado en la figura 6

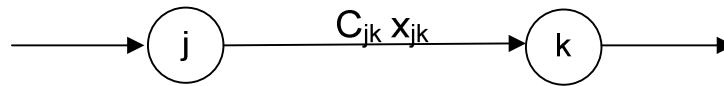


Figura 6

Donde

$$C_{jk} = C^P \Delta P_{jk} + C^{AP} |j - k| \quad (13)$$

Para

$$\underline{n_t} \leq j \leq \overline{n_t} \quad (14)$$

$$\underline{n_{t+1}} \leq k \leq \overline{n_{t+1}} \quad (15)$$

En cuanto que a las restricciones del problema, para los tres objetivos, son las mismas. Las restricciones se obtienen analizando los arcos que entran y salen en cada nodo, la suma de todos los arcos que entran al nodo es igual a la suma de todos los arcos que salen del mismo.

5. RESULTADOS

La metodología propuesta fue aplicada a la central hidroeléctrica de Itaipu. Para el efecto fueron considerados el programa de generación de un día domingo y la disponibilidad de 10 unidades generadoras. Los datos del programa de generación están registrados en la Tabla I. De estos datos se obtuvo todas las posibles configuraciones de despacho que respetan los rangos permitidos de operación, como mostrado en la Figura 4, en el cual se obtiene 80 nodos, contando un nodo inicial y final, y 263 arcos en total.

Tabla I: Generación programada

H	Pot.[MW]	H	Pot. [MW]	H	Pot. [MW]	H	Pot. [MW]	H	Pot. [MW]	H	Pot.[MW]
1	4749	5	3682	9	4650	13	5300	17	5328	21	6068
2	4217	6	3659	10	5264	14	5303	18	5772	22	6000
3	3694	7	3633	11	5289	15	5317	19	5971	23	5418
4	3682	8	4141	12	5301	16	5326	20	6109	24	5438

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

El número de restricciones es igual a la cantidad de nodos y la cantidad de variables es igual a la cantidad de arcos. Por la gran cantidad de variables y restricciones, es necesario resolver el problema con ayuda de algún solver, para eso fue utilizado la función *linprog* del Matlab 7.0.

Los resultados obtenidos son vectores que representan, para cada hora con valores distinto de cero, cual es el camino a tomar en el grafo que minimiza el objetivo.

5.1 Caso 1- Minimización del Caudal Turbinado

La metodología propuesta fue comparada con la aplicación directa de las curvas de Figura 3, a través de las cuales se obtiene una configuración óptima de máquinas que minimiza el caudal turbinado. Los resultados se pueden verificar en la Tabla II. Los valores obtenidos en la columna OP se refieren a los resultados obtenidos a través de la Figura 3 y los datos de la columna PL se refieren a los resultados obtenidos a través de programación lineal. Comparando los resultados se puede verificar una mínima diferencia entre las dos metodologías.

Tabla II: Configuración optima y Configuración PL

H	C.OP	C.PL	H	C.OP	C.PL	H	C.OP	C.PL	H	C.OP	C.PL	H	C.OP	C.PL	H	C.OP	C.PL
1	8	8	5	6	6	9	8	8	13	9	9	17	9	9	21	10	10
2	7	7	6	6	6	10	9	9	14	8	8	18	10	9	22	10	10
3	6	6	7	6	6	11	9	9	15	8	8	19	10	9	23	9	9
4	6	6	8	7	7	12	9	9	16	9	9	20	10	10	24	10	10

5.2 Caso 2- Minimización de Arranques y Paradas de máquinas

Para este estudio de caso, se utilizaron los mismos datos de generación programada dada en la Tabla I. Observando detenidamente la Figura 4 es posible notar más de una configuración de máquinas que resulte en un mismo número de arranques o paradas al final día. La solución obtenida por la metodología propuesta muestra múltiples soluciones. La Figura 7, muestra una de estas soluciones.

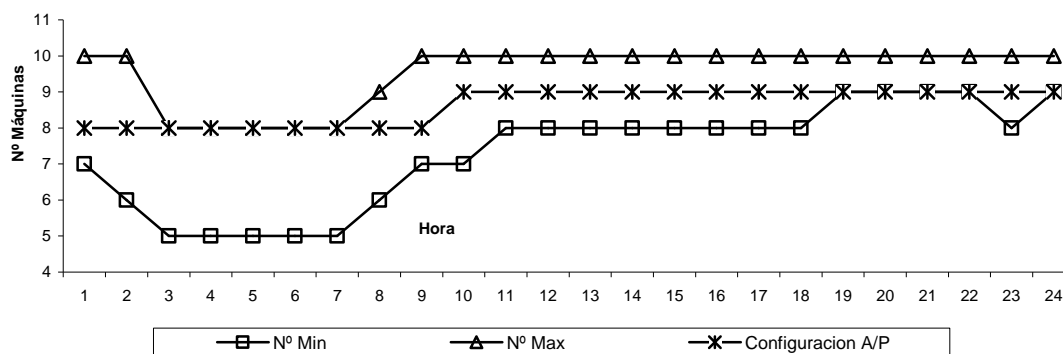


Figura 7 Despacho de minimización de Arranques-Paradas de máquinas

5.3 Caso 3- Minimización Multiobjetiva

En este caso, serán considerados los costos de arranques y paradas y el valor de volumen de agua turbinado, buscando de esta manera obtener una solución de compromiso entre los dos objetivos. El valor atribuido al costo de arranques y paradas es una extrapolación a los costos asociado a los arranques y paradas encontrados en [3].

Tabla III: Resumen del Despacho para los 3 objetivos

Costo Arranque/Paradas [US\$]	Costo de energía [US\$/MWh]	Nº de Arranques y paradas	Caudal turbinado [m ³ /seg]	Variación de caudal turbinado [m ³ /seg]
0	30	10	109.980	0
2100	0	1	110.902	218
2100	30	4	110.055	186

El valor atribuido al volumen de agua turbinado es equivalente a la energía posible de ser generada por el mismo. En la Tabla III, se sintetizan los resultados del despacho para diferentes valores de costos en término de caudal turbinado, número de arranques-paradas y variación de caudal turbinado, que representa el volumen de agua perdido al final del día. Se puede ser constatar que la minimización multiobjetiva resulta en valores intermedios en términos de caudal turbinado y número de arranques o paradas de máquinas.

6. CONCLUSIÓN

Este trabajo presenta un modelo para el Despacho de Unidades Generadoras Hidroeléctricas que utiliza como criterio de desempeño la minimización de arranques y paradas y el caudal turbinado. Como metodología de solución aplica Programación Lineal. Los estudios de casos, utilizando datos del programa de generación de un día domingo, apuntan que:

El despacho que minimiza el caudal turbinado acompaña la variación de la carga y resulta en frecuentes arranques y paradas. El despacho que minimiza arranques y paradas resulta en un alto valor de caudal turbinado al final del día.

Para determinar el despacho óptimo, desde el punto de vista económico, es fundamental determinar principalmente cuánto cuesta un arranque o parada.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Arce, T. Ohishi, S. Soares, "Optimal Dispatch of Generating Units of the Itaipu Hydroelectric Plant", IEEE Transactions on Power Systems Vol. 17, February 2002, páginas 154-157.
- [2] M. López, A. Arce, "Aplicación de Algoritmos Genéticos para Definir el Despacho de Unidades Generadoras Hidroeléctricas". In: Seminario Del Sector Eléctrico Paraguayo- CIGRE Paraguay, 2008.
- [3] O. Nilsson, D. Sjelvgren, "Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of swedish power producers", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 2, July 1997, páginas 38-43.
- [4] Programa Diario de la Operación, OP.DT/OPS.DT/OPSP.DT, Itaipu Binacional, 23/03/2000