



Modelo y técnicas para el análisis de la ferresonancia en transformadores

César F. Bogado M.¹, Walter Causarano², Francisco Delgado¹, Christian Schaerer¹.

¹Universidad Nacional de Asunción

²Administración Nacional de Electricidad - ANDE

Paraguay

RESUMEN

Este trabajo analiza la operación de componentes de un sistema eléctrico de potencia en los principales modos de operación ferresonantes, mostrando configuraciones proclives a presentar el fenómeno, así como un circuito equivalente para su análisis.

Se describen modos ferresonantes posibles de causar daños en el sistema y se identifican las zonas de operación normal y ferresonante del transformador. La caracterización de los modos es realizada usando técnicas de análisis temporal, espectral y de Poincaré, permitiendo saber sobre su estructura, taxonomía y tipo ferresonante.

De forma a establecer las diferentes zonas y modos de operación, se presenta un diagrama de bifurcación. Comparaciones entre el diagrama de bifurcación obtenido usando simulación numérica y el diagrama obtenido analíticamente luego de simplificaciones sugeridas en la literatura, muestran que ambos diagramas son equivalentes para los casos analizados y que describen adecuadamente las zonas estables. Esto permite determinar las zonas de operación segura de los transformadores y establecer criterios de protección de los mismos. Los autores se encuentran en la actualidad abocados en la extensión del método desarrollado para los diferentes escenarios posibles.

PALABRAS CLAVES

Ferresonancia, diagrama de bifurcación, modos ferresonantes, técnicas de análisis.

1 INTRODUCCIÓN

La ferresonancia es un fenómeno de resonancia no lineal que se presenta en circuitos eléctricos que posean capacitancias, inductancias no lineales (ferromagnéticas y saturables) y resistencia de magnitudes bajas [1]. La ferresonancia puede ocurrir a cualquier nivel de tensión siempre que se llegue a producir suficiente flujo magnético en el inductor no lineal para llevarlo a la saturación.

El estudio del fenómeno de la ferresonancia se inicia en 1907 con el trabajo de Bethenod [2], en esa primera publicación el fenómeno se describe como resonancia del transformador. En 1920 Boucherot [3] utilizó por primera vez la palabra ferresonancia. En la actualidad el término ferresonancia está firmemente establecido en el vocabulario técnico para describir los diferentes tipos de comportamientos que se presentan en los circuitos que contienen inductores no lineales [4].

A pesar del extenso estudio de la que es sujeto, la ferresonancia no es comprendida adecuadamente dado que es un fenómeno raro que no puede ser estudiado por métodos de aproximaciones lineales y del cual aun no se ha desarrollado un modelo que lo pueda representar con precisión [5].

En los sistemas eléctricos de potencia, gracias a nuevos métodos constructivos se ha logrado disminuir en gran medida las pérdidas de los transformadores aumentando de esta forma su eficiencia, sin embargo esta disminución de las pérdidas unida a la cada vez mayor complejidad de las redes hace que el número de casos reportados de ferresonancia en años recientes haya aumentado [6]. Este trabajo se centrará en estudiar la ferresonancia en los sistemas eléctricos de potencia.

La ferresonancia por lo general se manifiesta en casos en que ocurren contingencias o eventos en el sistema, como ser el caso de descargas atmosféricas, apertura accidental de seccionadores o interruptores durante el mantenimiento del transformador sin carga, entre otros. También puede presentarse durante la operación por el accionamiento de fusibles de protección o por operaciones de conmutación [1].

2. MODELO MATEMÁTICO.

Para estudiar la ferresonancia se utiliza un modelo simplificado del sistema de potencia eléctrica, tal como el circuito mostrado en la Figura 1 (a) (ver [7] y las referencias citadas allí). El circuito consiste en una fuente de tensión trifásica alimentando un sistema sin carga, con una fase interrumpida para representar la contingencia en estudio. Otros modelos podrán ser usados según la contingencia presentada y los fenómenos resultantes asociados.

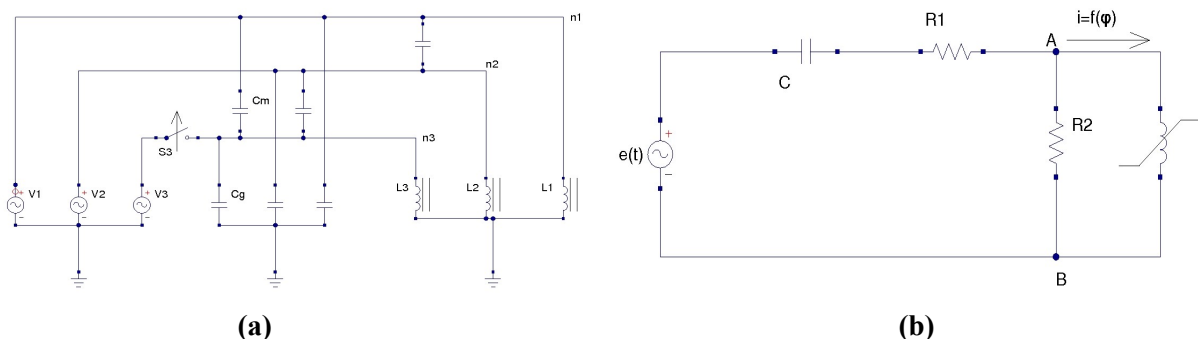


Figura 1: (a) Circuito simplificado para el estudio de la ferresonancia; C_g es la capacidad que aparece entre fase y tierra; C_m es la capacitancia entre fases. (b) Circuito monofásico ferresonante del primario del transformador.

X SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
19, 20 y 21 de Setiembre de 2012

A partir del circuito presentado en la Figura 1 (a), se halla el circuito equivalente mostrado en la Figura 1 (b), en el cual se agregaron la resistencia R_2 que representa las pérdidas en el núcleo y la resistencia R_1 que representa principalmente a las pérdidas en la línea de transmisión.

La ecuación diferencial que modela la dinámica del sistema presentado en la Figura 1 (b) es:

$$\frac{R_2 + R_1}{R_2} \ddot{\varphi} + (nR_1 k_n \varphi^{n-1} + k_1 R_1 + \frac{1}{CR_2}) \dot{\varphi} + \frac{k_1}{C} \varphi + \frac{k_n}{C} \varphi^n = E \omega \cos(\omega t) \dots \dots (1)$$

donde φ son los enlaces de flujo concatenado a través del núcleo del transformador, $\dot{\varphi}$ es la tensión interna del mismo, C es la capacitancia equivalente del circuito, R_1 representa a las pérdidas en serie y R_2 a las pérdidas en paralelo. Valores para los parámetros en la ecuación (1) son [7]: $k_1=10^{-8}$, $k_n=2,34*10^{-34}$, $n=9$. $R_1=32 \text{ K}\Omega$; $R_2=714 \text{ M}\Omega$; $C=0,4 \text{ nF}$ y $\omega = 100\pi \text{ [rad/s]}$.

Para el análisis de la ecuación (1) se realizan simulaciones con diferentes configuraciones de los parámetros, restringiéndose el conocimiento a los casos específicamente simulados [1,4], dado que los sistemas no lineales presentan gran sensibilidad a los cambios en los valores iniciales. Sin embargo, ante circunstancias de falla es deseable tener una comprensión global del fenómeno. Se busca conocer si la operación del sistema es estable o no, y siendo estable, si ella es segura para los equipos. Los diagramas de bifurcación incrementan esta comprensión, permitiendo identificar los límites donde cambia el comportamiento estructural del sistema [1,4].

3. ANÁLISIS DEL MODELO.

3.1 Simulaciones numéricas.

La ecuación (1) es una ecuación diferencial no lineal, para la cual aun no existe solución analítica. Se recurre a la integración numérica para conocer el comportamiento temporal del sistema para diferentes valores iniciales. Para la realización de este trabajo fue empleado el método de integración numérica de Runge-Kutta.

3.2 Análisis espectral.

Por medio de la transformada de Fourier obtenemos la descomposición de la señal en el dominio de la frecuencia, esto es, su densidad espectral. Representando la señal con la transformada discreta de Fourier (DFT), se pueden observar las componentes armónicas de la misma, y las frecuencias características presentes en la señal. El par transformado de Fourier en tiempo discreto se define como [8];

$$f(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(\Omega) e^{\Omega n} d\Omega, \dots \dots (2)$$

$$F(\Omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} f(n) e^{-j\Omega n} \dots \dots (3)$$

donde la ecuación (2) es la transformada de Fourier inversa en tiempo discreto, y la ecuación (3) es la transformada directa de Fourier en tiempo discreto, $\Omega = 2\pi n \frac{F}{F_s}$ es la velocidad angular en radianes por muestra, n es el número de muestra, F es frecuencia de la señal analógica en Hz, $F_s = \frac{1}{T}$ es la frecuencia de muestreo en Hz y T es el período de muestreo en segundos.

3.3 Diagrama de bifurcación.

El análisis por integración numérica de las ecuaciones diferenciales o por la transformada de Fourier, permite conocer el comportamiento del sistema para los casos puntualmente analizados. Ambos métodos exigen por lo tanto un gran esfuerzo de cálculo para la simulación de un número suficiente de condiciones iniciales y de valores de parámetros hasta alcanzar un conocimiento adecuado de la evolución dinámica del sistema.

Los diagramas de bifurcación por otro lado, permiten obtener una visión global del comportamiento de régimen del sistema y de su estabilidad. En [9] se propone una simplificación para hallar la curva de bifurcación, considerando $\varphi(t)=\phi \cos(\omega t - \theta)$ en la ecuación (1) [9], y teniendo en cuenta que;

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\phi \omega \text{sen}(\omega t - \theta) \dots\dots(4)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\phi \omega^2 \cos(\omega t - \theta) \dots\dots(5)$$

despreciando los armónicos superiores a la fundamental y luego de varias operaciones trigonométricas y algebraicas obtenemos:

$$E^2 \omega^2 = A^2 + B^2, \dots\dots(6)$$

donde: $A = \phi \left[\frac{k_1}{C} - \frac{R_2 + R_1}{R_2} \omega^2 \right] + \frac{k_n \phi^n}{2^{n-1} C} C_{\frac{n-1}{2}}^n, B = \phi \left[\frac{\omega}{R_2 C} + R_1 k_1 \omega \right] + R_1 n k_n \phi^n \frac{1}{2^{n-1}} C_{\frac{n-1}{2}}^{n-1};$ y

$C_m^k = \frac{k!}{m!(k-m)!}$ son las combinaciones de k elementos tomados de a m.

A partir de la ecuación (6), y variando únicamente el parámetro E, se obtiene el diagrama de bifurcación presentado en la Figura 2.

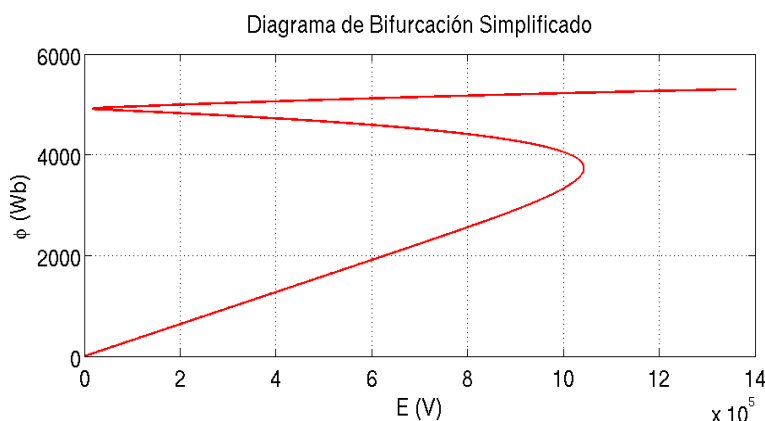


Figura 2: Diagrama de bifurcación hallado en forma analítica.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

4.1 Modo estable normal

El modo estable normal es donde se desea que el sistema se establezca, porque los equipos fueron diseñados para ello. La forma de la señal no presenta distorsiones y su espectro de magnitud se concentra en la frecuencia fundamental.

El modo normal fue hallado con valor inicial de -3500 Wb y 0 V, con un valor de $E = 6,39 \cdot 10^5$ V

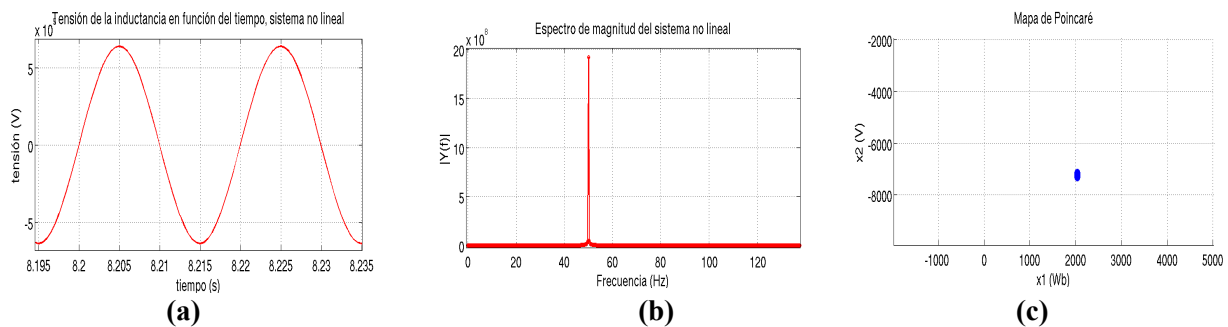


Figura 3: (a) Tensión en función del tiempo (b) Espectro de magnitud y (c) Mapa de Poincaré del modo estable normal.

4.2 Modo ferroresonante fundamental

Es el modo ferroresonante que más se presenta en la práctica [1]. Este modo causa daños al sistema principalmente por las grandes amplitudes y distorsiones de la tensión que presenta. En el espectro de magnitud se puede observar que la señal está distribuida en frecuencias múltiplos impares de la frecuencia fundamental.

El modo ferroresonante fundamental fue hallado con valor inicial de -3500 Wb y 0 V, con un valor de $E = 4,72 \cdot 10^5$ V

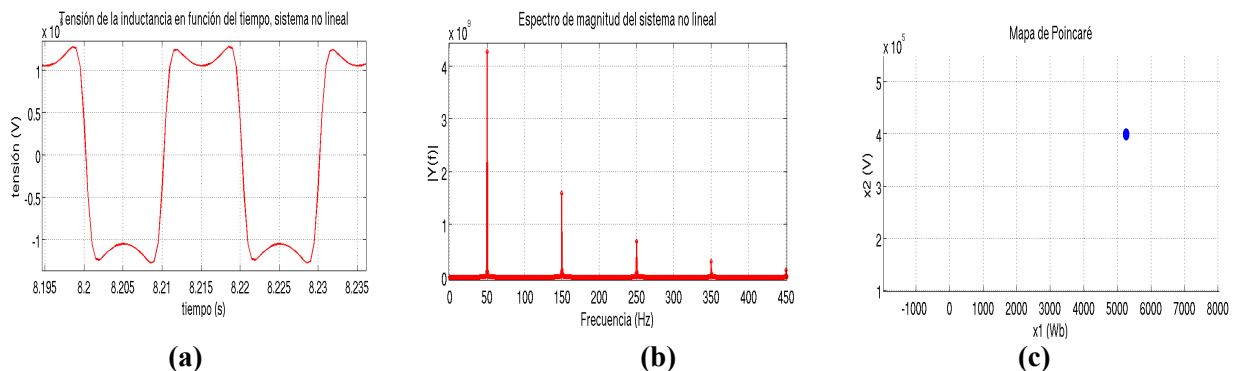


Figura 4: (a) Tensión en función del tiempo (b) Espectro de magnitud y (c) Mapa de Poincaré del modo ferroresonante fundamental.

4.3 Modos sub- armónicos

En los modos sub-armónicos también se puede observar grandes distorsiones y grandes amplitudes de la señal, pero en este caso en el espectro de magnitud se observa que la señal está distribuida en frecuencias

**X SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
19, 20 y 21 de Setiembre de 2012**

múltiplos de algún sub múltiplo de la frecuencia fundamental. Un detalle importante que se observa es que la señal presenta mayores componentes en frecuencias que no son la frecuencia fundamental (la frecuencia de operación del sistema), lo que causa pérdidas en el transformador, que pueden ser notadas por sobrecalentamientos y vibraciones mecánicas.

El modo sub-armónico de orden 2 fue hallado con valor inicial de -4000 Wb y 0 V , con un valor de $E = 6,39 \cdot 10^5 \text{ V}$, el modo sub-armónico de orden 3 fue hallado con valor inicial de -4000 Wb y 0 V , con un valor de $E = 11,17 \cdot 10^5 \text{ V}$.

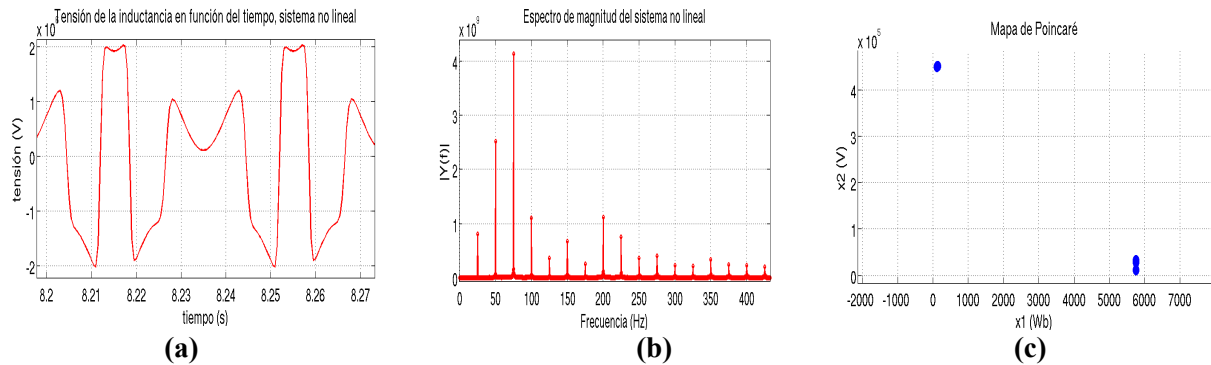


Figura 5: (a) Tensión en función del tiempo (b) Espectro de magnitud y (c) Mapa de Poincaré del modo sub- armónico de orden 2.

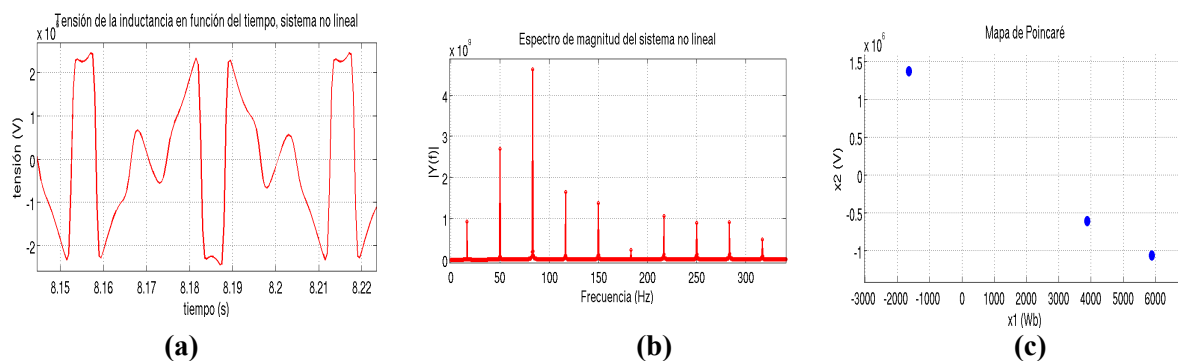


Figura 6: (a) Tensión en función del tiempo (b) Espectro de magnitud y (c) Mapa de Poincaré del modo sub- armónico de orden 3.

4.4 Curva de bifurcación

El diagrama de bifurcación es una herramienta muy útil que nos permite identificar las zonas de operación normal, inestable y ferroresonante del sistema en estudio.

En la Figura 7 se muestra el diagrama de bifurcación hallado para el sistema, variando como parámetro la amplitud E de la tensión de la fuente de alimentación. En el diagrama de bifurcación pueden observarse el brazo inestable y el ferroresonante, el paso de un brazo a otro depende de los valores iniciales del sistema. En el diagrama de bifurcación se pueden observar los puntos de bifurcación, que indican los límites entre zonas estables e inestables cuando se varía el parámetro E.

Con el diagrama de bifurcación podemos obtener una visión global del comportamiento del sistema, buscando así evitar daños al transformador causados por operar en la zona ferroresonante.

A partir de la ecuación (1) y con ayuda de métodos numéricos hemos obtenido la curva mostrada en la Figura 7, para compararla con el diagrama de bifurcación con las simplificaciones según la propuesta de [9].

Existe una notable coincidencia entre la curva obtenida por fuerza bruta y la curva de bifurcación simplificada, el error relativo máximo porcentual entre ambos diagramas es de 6,5%.

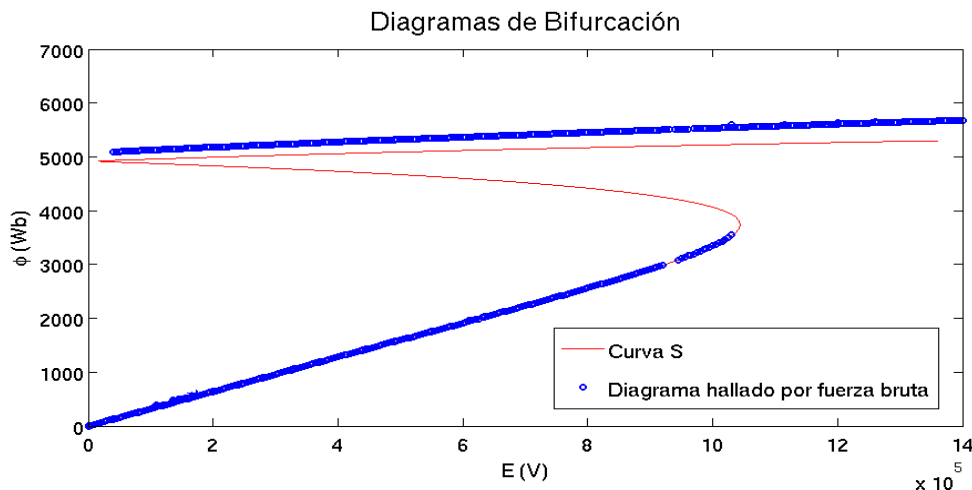


Figura 7: Curva de bifurcación simplificada o curva S y curva de bifurcación obtenida por fuerza bruta.

En el diagrama hallado por fuerza bruta se puede notar que los valores máximos en el brazo ferresonante son ligeramente superiores a los que se obtienen en la curva de bifurcación simplificada, como era de esperar por el efecto de los armónicos despreciados.

5. CONCLUSIONES

La ferresonancia es un fenómeno de resonancia no lineal que puede causar serios desperfectos a los sistemas eléctricos de potencia, debido principalmente a las distorsiones en la amplitud y formas de onda de tensión y corriente que presentan, causando de esta forma daños al bobinado del transformador y a sus respectivos aislamientos, por las grandes exigencias dieléctricas, sobrecalentamientos y vibraciones a las que someten al equipo. Existen varias formas de operación ferresonante, siendo presentados en este trabajo los modos fundamental y sub - armónicos.

Con el diagrama de bifurcación se pueden determinar las zonas de operación normal y ferresonante, el diagrama de bifurcación simplificado es una buena aproximación al diagrama de bifurcación hallado por simulación directa, este diagrama de bifurcación simplificado presenta en el brazo ferresonante valores máximos menores a los que se tiene en el diagrama hallado por simulación directa.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Philippe Ferracci. "Schneider Cahier Technique Nro 190: Ferresonance". Groupe Schneider, March 1998.
- [2] Bethenod, J., "Sur le Transformateur à Résonance", L'Éclairage Électrique, vol. 53, Nov. 30, 1907, pp. 289-96.
- [3] Boucherot, P., "Éxistence de Deux Régimes en Ferrorésonance", Rev. Gen. de L'Élec., vol. 8, no. 24, December 11, 1920, pp. 827-828.
- [4] David A. N. Jacobson, Peter W. Lehn, and Robert W. Menzies "Stability Domain Calculations of Period-1 Ferresonance in a Nonlinear Resonant Circuit". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 17, no. 3, pp. 865-871 July 2002



X SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
19, 20 y 21 de Setiembre de 2012

- [5] “IEEE slow transients task force report “Modeling and analysis guide-lines for slow transients—Part III: The study of ferroresonance”,” in IEEE Trans. Power Del., Jan. 2000, vol. 15, no. 1, pp. 255–265.
- [6] D. Jacobson, “Examples of ferroresonance in a high voltage power system,” in Proc. IEEE Power Eng. Soc. Annual Meeting, Toronto, ON, Canada, Jul. 2003.
- [7] S. Mozaffari, *Chaotic Ferroresonance In Power Transformers*, University of British Columbia, 1996, 141 pags.
- [8] Proakis, J. G. y Manolakis D. G., *Tratamiento digital de señales*, 3ra Ed. Prentice Hall, Madrid, 1998.
- [9] Fathi Ben Amar, Rachid Dhifaoui. “Bifurcation Lines Calculations of Period-1 Ferroresonance” Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Power Systems, Lisbon, Portugal, September 22-24, 2006.