



Comité Nacional Paraguayo



Unión de Ingenieros de ANDE

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Programa Óptimo de Trabajo de Máquinas de una Industria Tabacalera

Alberto Larroza¹, Carlos Acosta², Anastasio Arce³

Facultad Politécnica, Universidad Nacional del Este
Ciudad del Este, Paraguay

alarroza_707@hotmail.com¹, carlovando@hotmail.com², sebastian_arce@fpune.edu.py³

RESUMEN.

Hoy en día el aumento continuo de la competitividad en el mercado obliga a que los productos de las industrias satisfagan algunos requisitos fundamentales como calidad, costo y plazo de entrega. Para eso se invierten en nuevas tecnologías y bienes de capital para mejorar los ya existentes, efectuando conversiones o modificaciones en los mismos. Así también, para poder lograr un mayor beneficio observando los requisitos mencionados es preciso una planificación correcta del uso y disponibilidad de las materias primas, de la asignación y secuenciación de las diferentes tareas relacionadas con el proceso productivo.

Para eso, nos inclinaremos por algunas de las herramientas que ofrece la Investigación de Operaciones para intentar encontrar los resultados óptimos deseados a nuestro problema.

Las herramientas de análisis cuantitativos tales como la programación lineal y la programación entera permiten a los tomadores de decisiones de las industrias alcanzar una mayor eficacia en la toma de decisiones y poder satisfacer valiosamente con el cumplimiento de los compromisos.

En este trabajo se presenta un modelo para la asignación y secuenciación de tareas de máquinas de una industria tabacalera. El mismo fue abordado como un problema de optimización. La formulación matemática está compuesta de una función objetivo (F.O) y treinta y dos restricciones, relacionadas a la no negatividad de las variables, disponibilidad de las maquinas y demanda a ser atendida. Se busca optimizar la utilidad por hora (U_{ij}). Como método de solución fue utilizada técnica matemática de programación lineal.

PALABRAS CLAVES

Eficiencia, eficacia, asignación, secuenciación, programación lineal.

1. INTRODUCCIÓN

Las exigencias asociadas a la calidad de los productos, induce a las industrias a una evolución continua, mejorando los procesos hoy vigentes y muchas veces renovando la infraestructura para por lo menos sobrevivir en la competencia dura del mercado.

Muchas son las situaciones que atraviesa una empresa que se dedica a la producción masiva de productos, que requieren de complejas actividades, de una eficaz y oportuna toma de decisiones para poder lograr un mayor beneficio, minimizando los costos de producción en busca de una mayor utilidad. Se busca la eficacia y eficiencia. Las técnicas que ofrece la Investigación de Operaciones ha sido un aliado importante en esta búsqueda de optimizar los procesos productivos.

Las herramientas de análisis cuantitativos tales como la programación lineal, programación entera, programación dinámica, teoría de filas, etc., suministran informaciones cuantitativas de los diferentes aspectos del proceso productivo, representados y analizados por estos métodos, facilitando la toma de decisión [1].

2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Este trabajo trata sobre el problema de programa de operación de máquinas de una industria tabacalera. Esta industria se dedica a la fabricación de cigarrillos de distintas marcas. Para la elaboración de estos se constituyen dos procesos esenciales que son el primario y el secundario.

El proceso primario se ocupa de elaborar las materias primas como el tabaco en hoja y vena triturándolos, para su posterior mezcla con la salsa aromatizante, resultado de la mezcla de algunos productos químicos, los cuales son recetas bien guardadas por las empresa. Para cada marca de cigarrillos se aplican recetas diferentes. Por otro lado, el proceso secundario se encarga de construir el cigarrillo con filtro o sin filtro y lo empaqueta en cajas compuestas de 50 gruesas en donde estas se componen de cajetillas de 10 o 20 unidades de cigarrillos para su posterior venta. Así el proceso secundario se divide nuevamente en tres sectores:

- Sector de filtros.
- Sector de cigarrillos
- Sector de empaques.

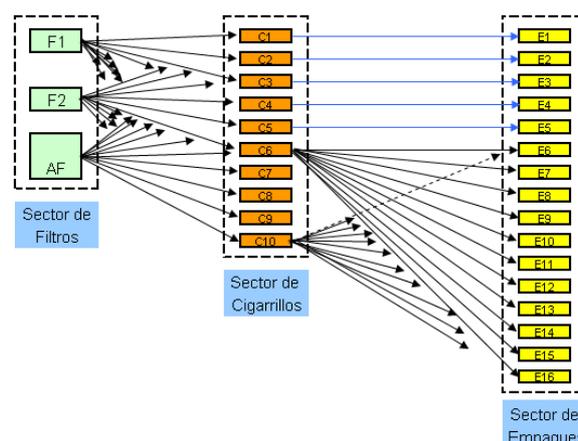


Figura 2.1. Flujo de producción. Enlaces entre sectores.

Estos tres sectores juntos forman parte de la cadena de producción, donde el sector de cigarrillos se transforma en el eslabón más importante del flujo total, como se puede apreciar en la figura 2.1.

El sector de cigarrillos es el eslabón más importante de la cadena de producción que regula lo que se debe empaquetar, eso quiere decir que si falta cigarrillos se tiene empaquetadoras ociosas. Por otro lado, los

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

filtros son considerados como insumos para las cigarrilleras ya que además de los que se fabrican en la empresa son comprados ya todo elaborados y almacenados para varios meses de producción [2].

El objetivo de maximizar la ganancia en la producción de cigarrillos, coincide con la idea de minimizar los costos de producción, a la vez cubriendo las respectivas demandas con la mejor utilización de los recursos disponibles. Siempre es programada la operación de las máquinas cigarrilleras, buscando alcanzar objetivos con los mejores resultados posibles. Dado que las maquinas tienen características diferentes, en términos de capacidad, eficiencia etc., se busca asignar cual de las máquinas debe funcionar, estableciendo el tiempo de trabajo de las mismas, para atender una demanda, observando al mismo tiempo los requisitos exigidos para la calidad de los productos.

Las características de desempeño de las diferentes maquinas fueron obtenidos a través de mediciones y análisis de los diferentes índices desempeño de las mismas, como las velocidades nominales de trabajo de cada máquina, que se puede observar en la tabla 2.1.

Máquinas	Velocidad.	
	(Cigarrillos/Minuto)	(Cajas/Hora)
C ₁	1.500	9
C ₂	1.500	9
C ₃	1.500	9
C ₄	4.300	26
C ₅	4.300	26
C ₆	4.300	26
C ₇	7.000	42
C ₈	8.000	48
C ₉	8.000	48
C ₁₀	8.500	51

Tabla 2.1. Velocidades de las máquinas cigarrilleras.

Estas máquinas al funcionar tienen sus gastos en mantenimiento, pérdidas de materiales (desperdicios), personales que lo operan, roturas de piezas o equipos, etc. Todos estos datos fueron, colectados y analizados para luego componer el índice de eficiencia de cada máquina que son mostrados en la tabla 2.2. Los coeficientes expresan la velocidad de número de cajas por unidad monetaria, asociada a cada máquina

Máquinas	Eficiencias[Ca/\$]
C ₁	0,0265
C ₂	0,0267
C ₃	0,0271
C ₄	0,0274
C ₅	0,0273
C ₆	0,0270
C ₇	0,0273
C ₈	0,0272
C ₉	0,0273
C ₁₀	0,0269

Tabla 2.2. Eficiencia de las máquinas cigarrilleras.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

La empresa, para satisfacer la demanda debe trabajar las 24 horas del día, los 30 días del mes. Esto no significa que las máquinas funcionan continuamente todo este tiempo, frecuentemente son interrumpidas para cambios de materiales, para mantenimiento correctivo o preventivo, etc.

Llevando en cuenta todos los tipos de paradas se obtiene un índice de funcionamiento o de disponibilidad, que excluye paradas imprevistas. La tabla 2.3 muestra los valores de tiempo de disponibilidad que se puede esperar de cada una de las maquinas. La maquina identificada como C₇, conforme se puede notar es la de mayor disponibilidad.

El índice de desempeño que se buscará optimizar es la utilidad asociada a la operación de cada máquina.

Máquinas	Funcionamiento	Horas
C ₁	86,3%	621
C ₂	96,2%	693
C ₃	93,2%	671
C ₄	96,0%	691
C ₅	96,5%	695
C ₆	96,2%	693
C ₇	97,3%	701
C ₈	96,0%	691
C ₉	97,1%	699
C ₁₀	92,0%	662

Tabla 2.3. Estadística de funcionamiento de las máquinas.

Teniendo en cuenta que cada caja (Ca) del producto "a" es vendido a 50 \$/Ca y el producto "b" a 45 \$/Ca, la utilidad neta por caja de cada tipo de producto resultará restando los costos de producción por caja del precio de venta, conforme mostrado en la tabla 2.4.

Tomando la utilidad por caja que produce cada cigarrillera y multiplicando por sus respectivas velocidades de funcionamiento, mostradas en la tabla 2.1 se tiene la utilidad por hora asociada a cada maquina cigarrillera y por ende de toda la producción.

Máquinas	Costos [\$/Ca]	Utilidad del producto "a" [\$/Ca]	Utilidad del producto "b" [\$/Ca]
C ₁	37,7	12,3	7,3
C ₂	37,4	12,6	7,6
C ₃	36,9	13,1	8,1
C ₄	36,5	13,5	8,5
C ₅	36,5	13,5	8,5
C ₆	36,6	13,4	8,4
C ₇	37,0	13	8
C ₈	36,8	13,2	8,2
C ₉	36,6	13,4	8,4
C ₁₀	37,2	12,8	7,8

Tabla 2.4 Índice de desempeño de cada tipo de máquina.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

Para la formulación de problemas de optimización es necesario seguir algunos pasos para llegar a la representación matemática del problema y luego aplicar la técnica más indicada para resolverlo[3].

La función objetivo debe representar el beneficio que se desea obtener con la optimización, tales como maximizar ganancias, minimizar pérdidas, etc., observando al mismo tiempo las limitaciones asociadas a la disponibilidad de recursos, atendimento de la demanda, etc..

3.1 Definición de la variable de decisión.

Conocido el problema se deben definir las variables de decisión, las que deben ser cuantificadas en la solución del problema. En este caso, la variable de decisión será representada por “ x_{ij} ”, como siendo la cantidad de horas que cada máquina cigarrillera “ i ” deberá operar para producir el tipo de producto “ j ”, donde $i = 1, 2, 3, \dots, 10$. y $j = a, b$,

3.2 Definición de la Función Objetivo.

En este caso, se desea maximizar la utilidad asociada a la producción de un tipo de cigarrillo a cada una de las máquinas. La ecuación matemática que representa la función objetivo es dada por:

Maximizar:

$$Z = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^2 (V_i * U_{ij} * X_{ij})$$

Donde:

V_i = es la velocidad de producción de cada máquina.

U_{ij} = es la utilidad por hora de cada máquina al producir un tipo de producto. (\$/h)

X_{ij} = es la variable de decisión, representa el tiempo operan las máquinas.

i = indica el número de máquinas.

$i = 1, 2, 3, \dots, 10$.

j = indica el tipo del producto;

$j = 1, 2$ o en forma literal $j = a, b$.

De esta forma la función objetivo queda formado por:

$$\begin{aligned} Z = & 110,7x_{1a} + 65,7x_{1b} + 113,4x_{2a} + 68,4x_{2b} + \\ & 117,9x_{3a} + 72,9x_{3b} + 351x_{4a} + 221x_{4b} + 351x_{5a} \\ & + 221x_{5b} + 348,4x_{6a} + 218,4x_{6b} + 546x_{7a} + \\ & 336x_{7b} + 633,6x_{8a} + 393,6x_{8b} + 643,2x_{9a} + \\ & 403,2x_{9b} + 652,8x_{10a} + 397,8x_{10b} \end{aligned}$$

3.3 Determinación de las Restricciones

A partir de la existencia de recursos limitados para actividades competitivas, las restricciones están definidas por la disponibilidad de los recursos, sean estos materia prima, tiempo de operación de las maquinas, de atendimento de un determinado volumen de producción, etc.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Las restricciones referentes a la disponibilidad operativa de las maquinas están dadas por:

$$\begin{aligned}x_{1a} + x_{1b} &\leq 621 \\x_{2a} + x_{2b} &\leq 693 \\x_{3a} + x_{3b} &\leq 671 \\x_{4a} + x_{4b} &\leq 691 \\x_{5a} + x_{5b} &\leq 695 \\x_{6a} + x_{6b} &\leq 693 \\x_{7a} + x_{7b} &\leq 701 \\x_{8a} + x_{8b} &\leq 691 \\x_{9a} + x_{9b} &\leq 699 \\x_{10a} + x_{10b} &\leq 662\end{aligned}$$

OO en su forma genérica

$$(x_{ia} + x_{ib}) \leq D_i ; \text{ Donde:}$$

$i = 1, 2, 3, \dots, 10.$

D_i = es la disponibilidad de una máquina i .

Luego de considerar las limitaciones asociadas a las maquinas deben ser consideradas las restricciones a asociadas al atendimento de la demanda. En este caso serán atendidas la demanda de 90.000 cajas del producto o cigarrillos del tipo “a” y 55.000 cajas del tipo “b”.

Estas restricciones quedan definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{i=1; j=a}^{10} (V_i * X_{ij}) = 90.000$$

cajas del producto tipo a,

$$\sum_{i=1; j=b}^{10} (V_i * X_{ij}) = 55.000$$

cajas del producto tipo b.

La formulación completa del problema queda definida por:

Maximizar:

$$\begin{aligned}Max . Z &= 110,7x_{1a} + 65,7x_{1b} + 113,4x_{2a} + \\&68,4x_{2b} + 117,9x_{3a} + 72,9x_{3b} + 351x_{4a} + \\&221x_{4b} + 351x_{5a} + 221x_{5b} + 348,4x_{6a} + \\&218,4x_{6b} + 546x_{7a} + 336x_{7b} + 633,6x_{8a} + \\&393,6x_{8b} + 643,2x_{9a} + 403,2x_{9b} + 652,8x_{10a} \\&+ 397,8x_{10b}\end{aligned}$$

Sujeto a:

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

$$\begin{aligned}
 &9x_{1a} + 9x_{2a} + 9x_{3a} + 26x_{4a} + 26x_{5a} + 26x_{6a} + \\
 &42x_{7a} + 48x_{8a} + 48x_{9a} + 51x_{10a} = 90.000 \\
 &9x_{1b} + 9x_{2b} + 9x_{3b} + 26x_{4b} + 26x_{5b} + 26x_{6b} + \\
 &42x_{7b} + 48x_{8b} + 48x_{9b} + 51x_{10b} = 55.000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_{1a} + x_{1b} &\leq 621 & x_{6a} + x_{6b} &\leq 693 \\
 x_{2a} + x_{2b} &\leq 693 & x_{7a} + x_{7b} &\leq 701 \\
 x_{3a} + x_{3b} &\leq 671 & x_{8a} + x_{8b} &\leq 691 \\
 x_{4a} + x_{4b} &\leq 691 & x_{9a} + x_{9b} &\leq 699 \\
 x_{5a} + x_{5b} &\leq 695 & x_{10a} + x_{10b} &\leq 662
 \end{aligned}$$

$x_{1a}, x_{2a}, x_{3a}, x_{4a}, x_{5a}, x_{6a}, x_{7a}, x_{8a}, x_{9a}, x_{10a}, x_{1b}, x_{2b}, x_{3b}, x_{4b}, x_{5b}, x_{6b}, x_{7b}, x_{8b}, x_{9b}, x_{10b} \geq 0$

4. RESULTADOS OBTENIDOS.

Luego de formular la producción de una industria tabacalera como un problema de programación matemática lineal fue utilizado el solver WINQSB, de libre disponibilidad, para obtener la solución[4]. Los resultados se pueden ver en la tabla 4.1, en la cual se tiene registrado el valor óptimo para cada una de las variables y consecuentemente la función objetivo. Se puede notar que el valor de la función objetivo es 1.655.893,0 \$. Así también quedó definido el número de hora de trabajo de cada máquina produciendo cada producto. La máquina tres (X3a), cuatro (X4a), cinco (X5a), y siete (X7a) solo se encargarán de producir el producto tipo “a” por todo el mes. De la misma forma la máquina seis (X6b), ocho (X8b) solo producirá el producto “b” destacando que la máquina nueve (X9a) trabajará 620,5417 horas para producir el producto “a” y 78,4583 horas para producir el producto tipo “b”.

En la tabla 4.2 se puede observar el uso de los recursos. Las holguras que resultaron en las disponibilidades de la máquina uno, dos, y diez, se puede concluir que la capacidad de la planta no fue totalmente utilizada para atender la demanda actual.

Para evaluar los beneficios aportados por la optimización que resulta de la correcta asignación de tareas a las diferentes máquinas, serán comparados estos resultados con los datos de producción de un mes típico de la industria tabacalera. En la tabla 4.3 se resume el tiempo de operación de cada máquina, considerando las mismas restricciones operativas y de atendimento a la misma demanda presentada en el problema original.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit C(j)	Total Contribution
X1a	0	110,7000	0
X1b	0	65,7000	0
X2a	0	113,4000	0
X2b	0	68,4000	0
X3a	671,0000	117,9000	79.110,9000
X3b	0	72,9000	0
X4a	691,0000	351,0000	242.541,0000
X4b	0	221,0000	0
X5a	695,0000	351,0000	243.945,0000
X5b	0	221,0000	0
X6a	0	348,4000	0
X6b	693,0000	218,4000	151.351,2000
X7a	431,8810	546,0000	235.807,0000
X7b	0	336,0000	0
X8a	0	633,6000	0
X8b	692,0000	393,6000	272.371,2000
X9a	620,5417	643,2000	399.132,4000
X9b	78,4583	403,2000	31.634,4000
X10a	0	652,8000	0
X10b	0	397,8000	0
Objective Function		(Max.) =	1.655.893,0000

Tabla 4.1. Cuadro de resultados del programa planteado

Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side
R1	0	<=	621,0000
R2	0	<=	693,0000
R3	671,0000	<=	671,0000
R4	691,0000	<=	691,0000
R5	695,0000	<=	695,0000
R6	693,0000	<=	693,0000
R7	431,8810	<=	701,0000
R8	692,0000	<=	692,0000
R9	699,0000	<=	699,0000
R10	0	<=	662,0000
R11	90.000,0000	=	90.000,0000
R12	55.000,0000	=	55.000,0000
Objective Function		(Max.) =	1.655.893,0000

Tabla 4.2. Comprobación de utilización de las restricciones

Con este programa de operación se tiene una utilidad de 1.622.957 US\$. Se observa también que el tiempo total de operación de las maquinas es de 5.310 horas.

Un análisis comparativo muestra un aumento del 2,03 % en términos de utilidad, lo cual representa aproximadamente 33.000 US\$. En términos de tiempo de operación de las maquinas se observa una disminución del orden 14 %, cuyo valor económico debe ser evaluado por lo que representa como ahorro de la vida útil de las mismas.

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

Máquinas	Horas para el producto "a"	Horas para el producto "b"
C ₁	621	0
C ₂	693	0
C ₃	600	0
C ₄	0	477
C ₅	150	530
C ₆	369	0
C ₇	610	0
C ₈	0	511
C ₉	0	90
C ₁₀	660	0

Tabla 4.3. Comparación de utilidades.

5. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha presentado un modelo de formulación matemática para el planeamiento de trabajos de máquinas cigarrilleras.

El problema fue encarado y tratado como un problema de programación lineal. Como herramienta fue utilizado el Solver WinQSB para la resolución de la formulación matemática.

Un análisis comparativo de la metodología presentada con el programa de operación típica muestra un aumento de la utilidad del orden de 2,03 %, que en valores económicos es aproximadamente 33.000 US\$. Así también se puede verificar que la metodología propuesta apunta a una disminución del orden de los 14 % de tiempo de operación de las maquinas. El valor de esta economía puede ser evaluada como una economía de la vida útil de las maquinas.



Comité Nacional Paraguayo



Unión de Ingenieros de ANDE

IX SEMINARIO DEL SECTOR ELECTRICO PARAGUAYO - CIGRÉ
13, 14 y 15 de Octubre de 2010

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Chiavenato Adalberto; *“Introducción a la Teoría General de la Administración”*, 7ª Edición, McGraw-Hill Interamericana, 2004.
- [2] <http://www.bat.com.es> “British American Tobacco España”
- [3] Ángel León González Ariza; *“Manual Práctico de Investigación de Operaciones I”*, 3ª Edición, Barranquilla. Ediciones Uninorte, 2003.
- [4] Víctor M. Quesada Ibargüen, Juan C. Veranada Schmalbach; *“Análisis cuantitativo WINQSB”*, Programa de Administración Industrial, Universidad de Cartagena.